



ELEMENTS DE LOGIQUE BINAIRE

1) INTRODUCTION

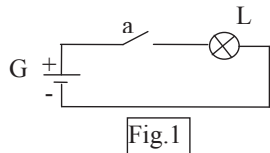
Les organes techniques utilisés comportent en général deux états:

- un bouton poussoir est actionné ou non.
- une lampe est allumée ou non.
- un moteur tourne ou ne tourne pas.

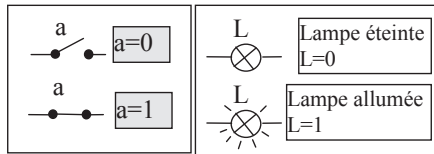
La nécessité de travailler dans un système à deux états s'impose. On appelle ce système : **SYSTEME BINAIRE**. Georges Boole (mathématicien 1815-1864) a créé la logique binaire qui conduit à une algèbre: l'algèbre de Boole.

2) LES FONCTIONS LOGIQUES

2.1) LA FONCTION "OUI": L = a



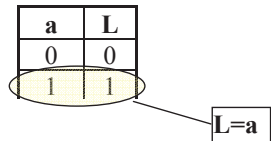
Description:
a: Interrupteur
L: Lampe
G: générateur 9V



Si a est fermé (le courant passe), on dit que a=1,
si a est ouvert (le courant ne passe pas) cas de la Fig.1,
on dit que a=0.

Si la lampe L est allumée, on dit que L=1,
si la lampe L n'est pas allumée alors L=0.

On représente la fonction OUI par une table de vérité:

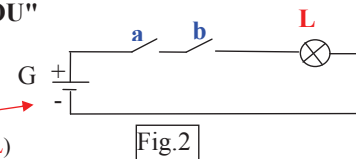


2.2) LA FONCTION "ET" ET LA FONCTION "OU"

La Fonction "ET", il y a 2 Interrupteurs en série Voir Fig.2

L = a . b -- Schéma électrique correspondant :

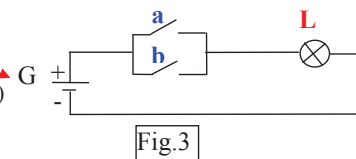
(Avec un générateur, deux interrupteurs, a et b et une lampe L)



La Fonction "OU", il y a 2 Interrupteurs en parallèle Voir Fig.3

L = a + b -- Schéma électrique correspondant :

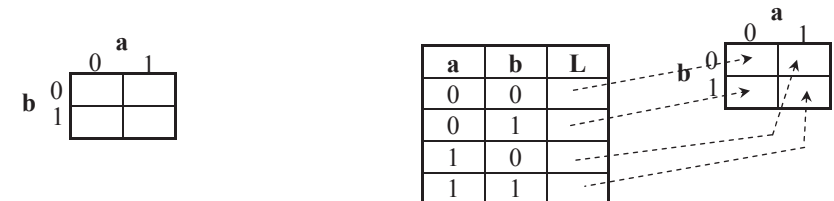
(Avec un générateur, deux interrupteurs, a et b et une lampe L)



TABLEAUX DE KARNAUGH

La simplification d'équations Booléennes conduit souvent à des calculs longs. Les tableaux de Karnaugh, méthodes graphiques de simplification des équations Booléennes, permettent de simplifier simplement des équations à 2, 3 ou 4 variables booléennes.

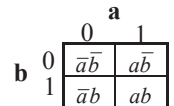
FONCTIONS BOOLEENNES A 2 VARIABLES.



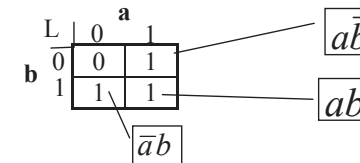
Règle: On affiche un 1 dans toutes les cases où la fonction vaut 1 (la lampe est allumée L=1)

On remplit le tableau de Karnaugh de la manière suivante :

NB: quand a=0 alors on a : \bar{a} qui est prononcé "a barre", pareil pour b : \bar{b}



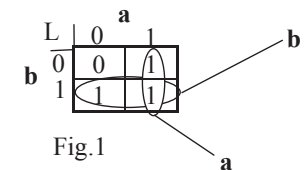
Exemple:



D'où $L = a\bar{b} + ab + \bar{a}b$

Cette fonction peut-être simplifiée de la manière suivante:

- Il y a un 1 dans les cases : $a\bar{b}$ et ab , on simplifie en éliminant le b et \bar{b} , d'où on a : **a**



L'équation générale devient : **L = a + b**

La simplification est passée de $L = a\bar{b} + ab + \bar{a}b$ à

NB: On simplifie dans le tableau de Karnaugh que les 1.

L = a + b



**TABLEAUX DE KARNAUGH -
FONCTION BOOLEENNE A 3 VARIABLES**

On applique les mêmes règles que pour deux variables

- affichage de la fonction (sous forme en OU)

- 1 variable occupe 4 cases
- 2 variables occupent 2 cases
- 3 variables occupent 1 case

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$\bar{a}b\bar{c}$	$a\bar{b}\bar{c}$	$a\bar{b}c$
	1	$\bar{a}bc$	$\bar{a}bc$	abc	abc

- groupement minimum des 1

* toutes les droites du tableau sont des axes de symétrie

* groupement possible d'extérieur droit à extérieur gauche

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
M	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

$M = \bar{b}$

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
L	0	0	1	1	0
	1	1	1	1	1

$L = c + b$

- Lecture de la fonction

Dans un groupement les variables qui changent d'état disparaissent.

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
M	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	0

$M = ab$



EXERCICE N°1

1.1) En vous aidant du document ressource N°1, écrire toutes les combinaisons possibles (0 ou 1) pour les variables a et b dans le tableau ci-contre:

a	b
0	0

1.2) Ecrire la Table de Vérité (compléter le tableau 0ou 1) pour la fonction "ET":

a	b	L

1.3) Ecrire la Table de Vérité (compléter le tableau 0 ou 1) pour la fonction "OU" :

a	b	L

EXERCICE N°2

2.1) En vous aidant du document ressource N°2, compléter le tableau de Karnaugh (0 ou 1) suivant la table de vérité suivante :

a	b	L
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Table de Vérité

	a	
	0	1
b	0	
	1	

Tableau de Karnaugh

2.2) Toujours en vous aidant de document ressource N°2 , trouver l'équation non simplifiée

L = en fonction de $ab \bar{a}\bar{b} \bar{a}b \bar{a}b$.

Puis simplifier : L = (voir la Fig.1 du document ressource N°2)

2.3) Soit l'équation $L = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + \bar{a}b$. Remplir le tableau de Karnaugh ci-contre et simplifier l'équation comme la Fig1 du document Ressource N°2

	a	
	0	1
b	0	
	1	

Tableau de Karnaugh

L =

2.4) Réaliser le schéma électrique correspondant à la table de vérité ci-dessus.

Voir document ressource 1 - générateur, lampe, interrupteur.

EXERCICE N°3

Ecrire toutes les combinaisons possibles (0 ou 1) pour les variables a, b et c dans le tableau ci contre:

a	b	c
0	0	0

EXERCICE N°4

En vous aidant de la Fig4, compléter le tableau.

a	b	c	L
1	1	1	1

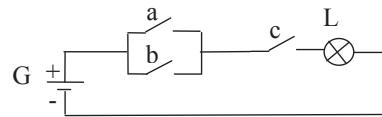


Fig.4

EXERCICE N°5

En vous aidant de la Fig5, compléter le tableau :

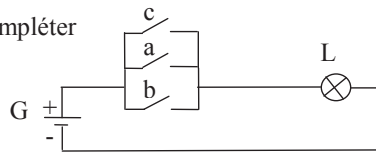


Fig.5

a	b	c	L
0	0	0	0

EXERCICE N°6

Voilà les 16 possibilités pour 4 variables, quel est l'état de la lumière L de la figure 6 (0 ou 1), remplir la colonne L

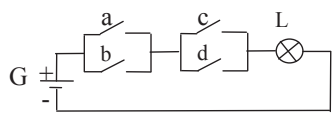


Fig 6

a	b	c	d	L
0	0	0	1	
0	1	0	1	
0	1	1	1	
0	0	1	1	
1	0	0	1	
1	1	0	1	
1	1	1	1	
1	0	1	1	

EXERCICE N°7

En vous aidant du document ressource N°3, simplifier les équations : $L = abc + ab\bar{c} + a\bar{b}\bar{c}$ et $S = abc + b\bar{c} + \bar{a}c$

L	a b			
	00	01	11	10
c	0			
1				

L = _____

S	a b			
	00	01	11	10
c	0			
1				

S = _____

EXERCICE N°8

Soit les tableaux de Karnaugh suivants.

En vous aidant du document ressource N°3 écrire les équations simplifiées de M et N :

M	a b			
	00	01	11	10
c	0	0	1	0
1	1	1	1	1

M = _____

N	a b			
	00	01	11	10
c	0	1	1	0
1	0	1	1	0

N = _____

EXERCICE N°9

En vous aidant du document ressource N°3, on vous demande de simplifier les équations suivantes :

$R = \bar{a}b + \bar{a}\bar{b}c$ et $T = \bar{a}b\bar{c} + \bar{a}c + ab\bar{c} + abc$

R	a b			
	00	01	11	10
c	0			
1				

R = _____

T	a b			
	00	01	11	10
c	0			
1				

T = _____

Réaliser le schéma électrique correspondant à l'équation simplifiée **T** ci-dessus.

Voir document ressource 1 - générateur, lampe, interrupteur.