



ELEMENTS DE LOGIQUE BINAIRE

1) INTRODUCTION

Les organes techniques utilisés comportent en général deux états:

- un bouton poussoir est actionné ou non.
- une lampe est allumée ou non.
- un moteur tourne ou ne tourne pas.

La nécessité de travailler dans un système à deux états s'impose. On appelle ce système : **SYSTEME BINAIRE**. Georges Boole (mathématicien 1815-1864) a créé la logique binaire qui conduit à une algèbre: l'algèbre de Boole.

2) LES FONCTIONS LOGIQUES

2.1) LA FONCTION "OUI": $L = a$

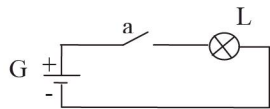
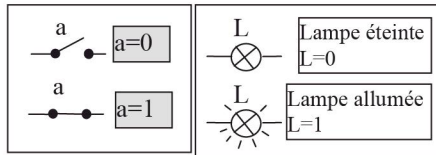


Fig.1

Description:
a: Interrupteur
L: Lampe
G: générateur 9V



Si a est fermé (le courant passe), on dit que a=1,
si a est ouvert (le courant ne passe pas) cas de la Fig.1,
on dit que a=0.

Si la lampe L est allumée, on dit que L=1,
si la lampe L n'est pas allumée alors L=0.

On représente la fonction OUI par une table de vérité:

a	L
0	0
1	1

L=a

2.2) LA FONCTION "ET" ET LA FONCTION "OU"

La Fonction "ET", il y a 2 Interrupteurs en série Voir Fig.2

$L = a \cdot b$ -- Schéma électrique correspondant :
(Avec un générateur, deux interrupteurs, a et b et une lampe L)

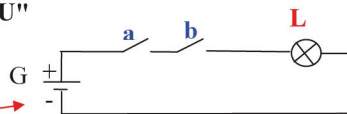


Fig.2

La Fonction "OU", il y a 2 Interrupteurs en parallèle Voir Fig.3

$L = a + b$ -- Schéma électrique correspondant :
(Avec un générateur, deux interrupteurs, a et b et une lampe L)

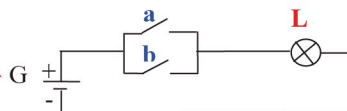


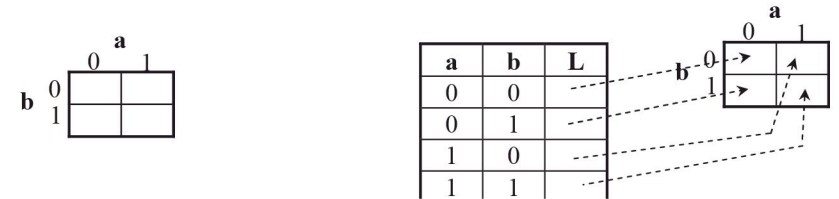
Fig.3



TABLEAUX DE KARNAUGH

La simplification d'équations Booléennes conduit souvent à des calculs longs. Les tableaux de Karnaugh, méthodes graphiques de simplification des équations Booléennes, permettent de simplifier simplement des équations à 2, 3 ou 4 variables booléennes.

FONCTIONS BOOLEENNES A 2 VARIABLES.

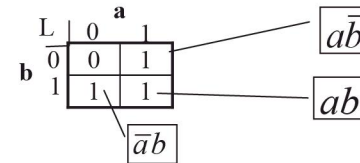


Règle: On affiche un 1 dans toutes les cases où la fonction vaut 1 (la lampe est allumée L=1)

On remplit le tableau de Karnaugh de la manière suivante :

NB: quand a=0 alors on a : \bar{a} qui est prononcé "a barre", pareil pour b: \bar{b}

Exemple:



D'où $L = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + a\bar{b}$

Cette fonction peut-être simplifiée de la manière suivante:

- Il y a un 1 dans les cases : $\bar{a}\bar{b}$ et $\bar{a}b$, on simplifie en éliminant le b et \bar{b} , d'où on a : **a**

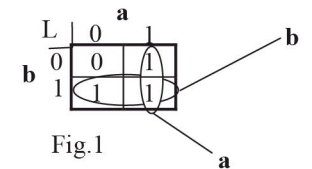


Fig.1

L'équation générale devient : **$L = a + b$**

La simplification est passée de $L = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}b + a\bar{b}$ à

NB: On simplifie dans le tableau de Karnaugh que les 1.

$L = a + b$



TABLEAUX DE KARNAUGH -
FONCTION BOOLEENNE A 3 VARIABLES

On applique les mêmes règles que pour deux variables

- affichage de la fonction (sous forme en OU)

1 variable occupe 4 cases

2 variables occupent 2 cases

3 variables occupent 1 case

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
c	0	$\bar{a}\bar{b}\bar{c}$	$\bar{a}b\bar{c}$	$ab\bar{c}$	$a\bar{b}\bar{c}$
	1	$\bar{a}\bar{b}c$	$\bar{a}bc$	abc	$a\bar{b}c$

- groupement minimum des 1

* toutes les droites du tableau sont des axes de symétrie

* groupement possible d'extérieur droit à extérieur gauche

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
M	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

$M = \bar{b}$

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
L	0	0	1	1	0
	1	1	1	1	1

$L = c + b$

- Lecture de la fonction

Dans un groupement les variables qui changent d'état disparaissent.

		a b			
		0 0	0 1	1 1	1 0
M	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	0

$M = ab$